数学Ⅰ

第３章　「２次関数」

14. グラフの移動

hm1-3-14

(pdfファイル)

【発展】 グラフの移動（1）平行移動

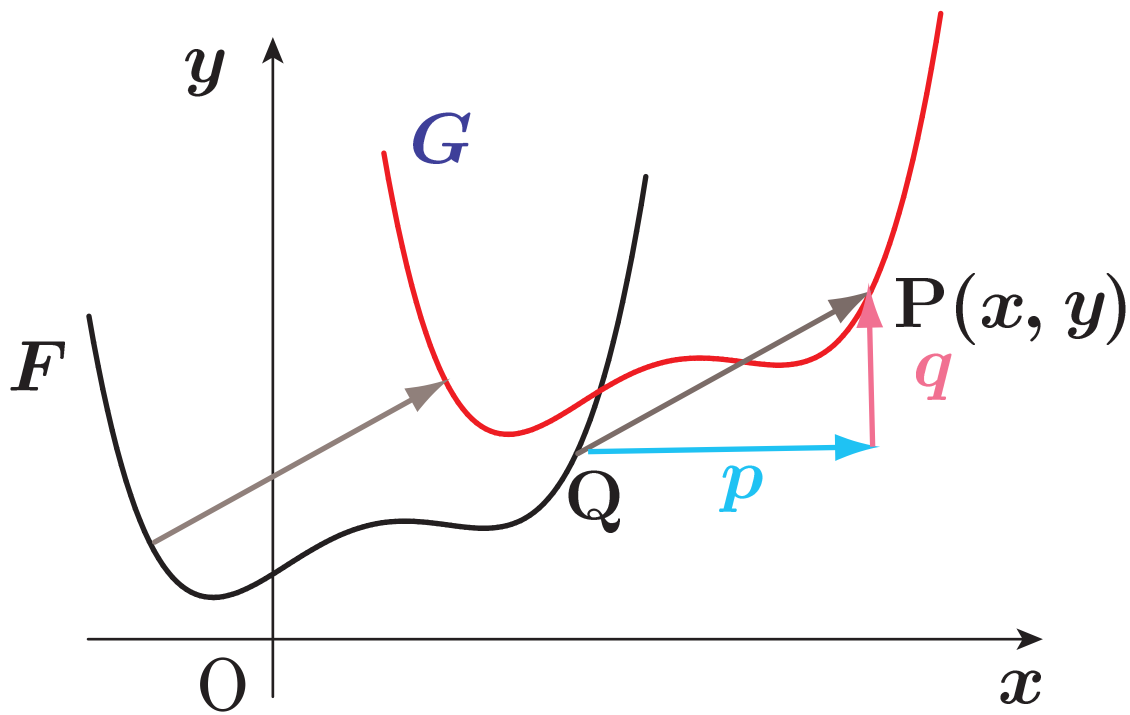
関数 $y = f(x)$ を F とし，F を

x 軸方向に p

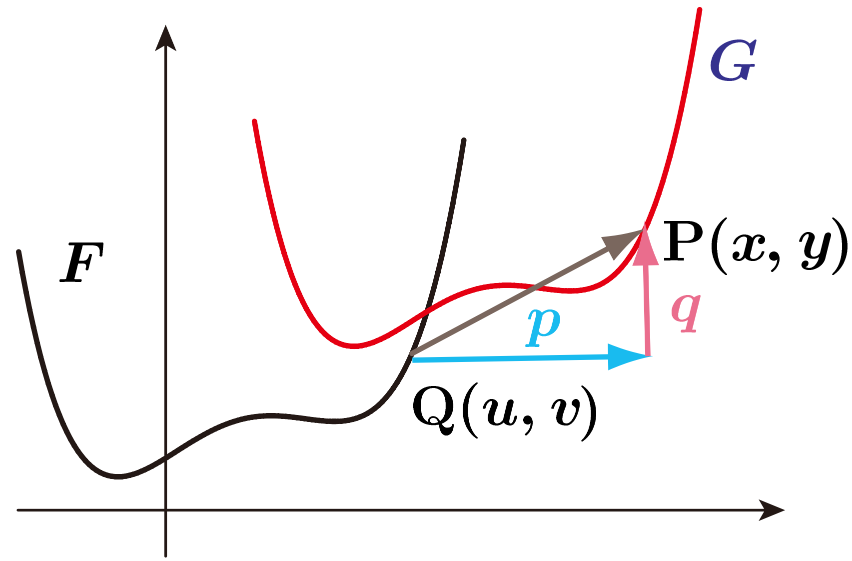
y 軸方向に q

だけ平行移動した放物線を G とする.

G 上の任意の点を $\mathrm{P}(x\,,\,y)$ とすると，この x，y が満たす関係式が G の方程式である.



この平行移動によって，P$(x,\ y)$ に移る F 上の点を Q$(u,\ v)$ とすると，



$$u+p=x,\quad v+q=y$$

すなわち，

$$u=x-p,\quad v=y-q\ \cdots ①$$

が成り立つ．

一方，Q$(u,\ v)$ は F 上の点であるから，

$$v=f(u)$$

が成り立つ．これに ① を代入すると

$$y-q=f(x-p) \quad \text{すなわち} \quad y=f(x-p)+q$$

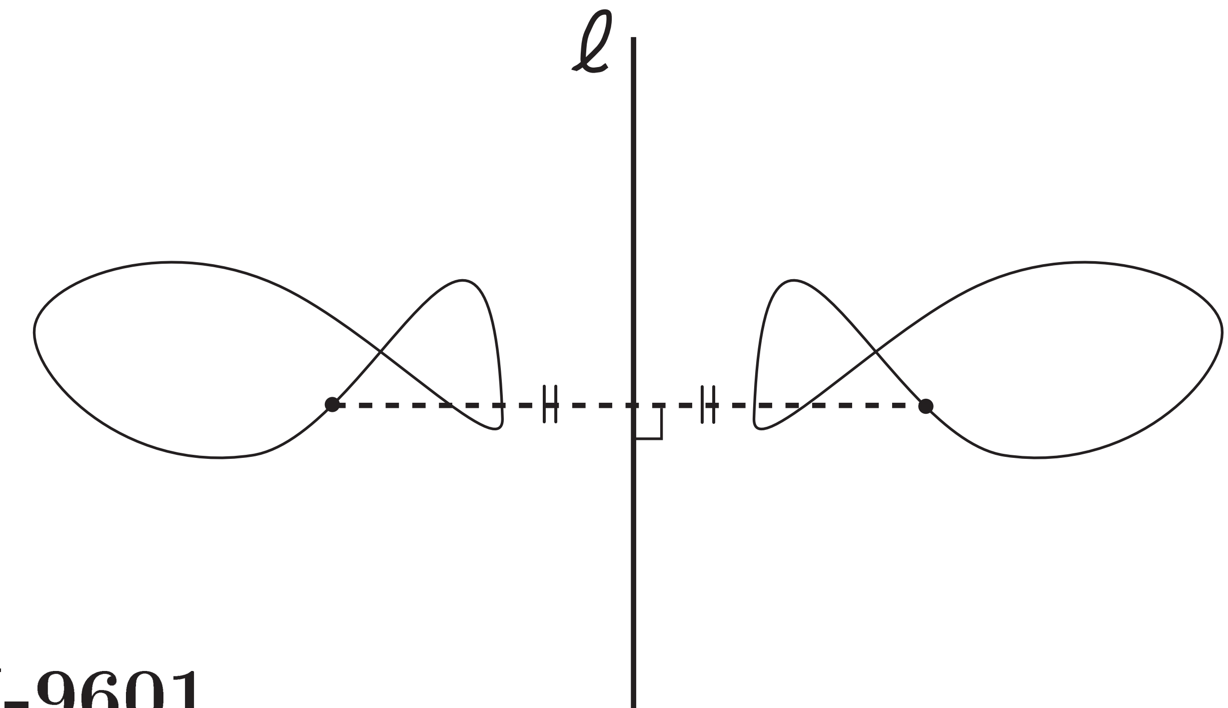
が得られる．これが，曲線 $y=f(x)$ を x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動した曲線 G の方程式である．

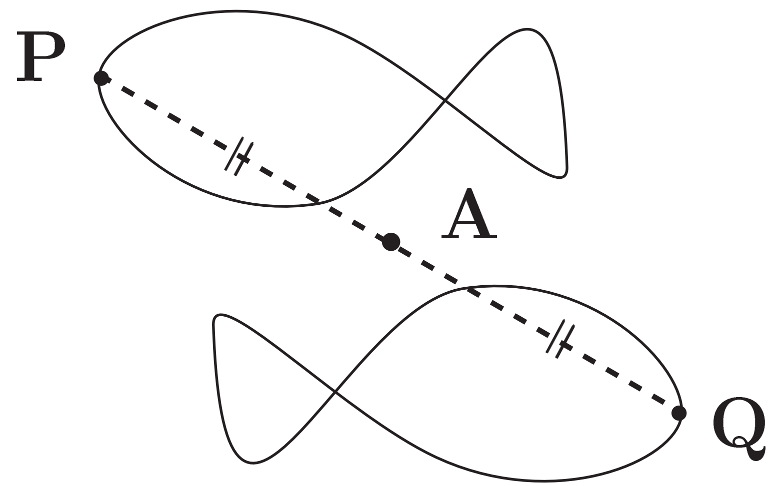
I-9502

【発展】 グラフの移動（2）対称移動

平面上の図形を，ある直線 ℓ を折り目として折り返して移動することを 直線 ℓ に関して対称移動 するという.

また，A を定点とし，任意の点 P を，A が PQ の中点となるような点 Q に移すことによって図形を移動することを 点 A に関して対称移動 するという.





放物線 $y=f(x)$ を F' とし，F' を x 軸に関して対称移動した放物線 H の方程式を求めてみよう.

H 上の任意の点を $\mathrm{P}(x,\ y)$ とし，P に移る F' 上の点を $\mathrm{Q}(u,\ v)$ とすると,

$$u=x,\quad v=-y \quad \cdots ①$$

$$v=f(u) \quad \cdots ②$$

が成り立つ.

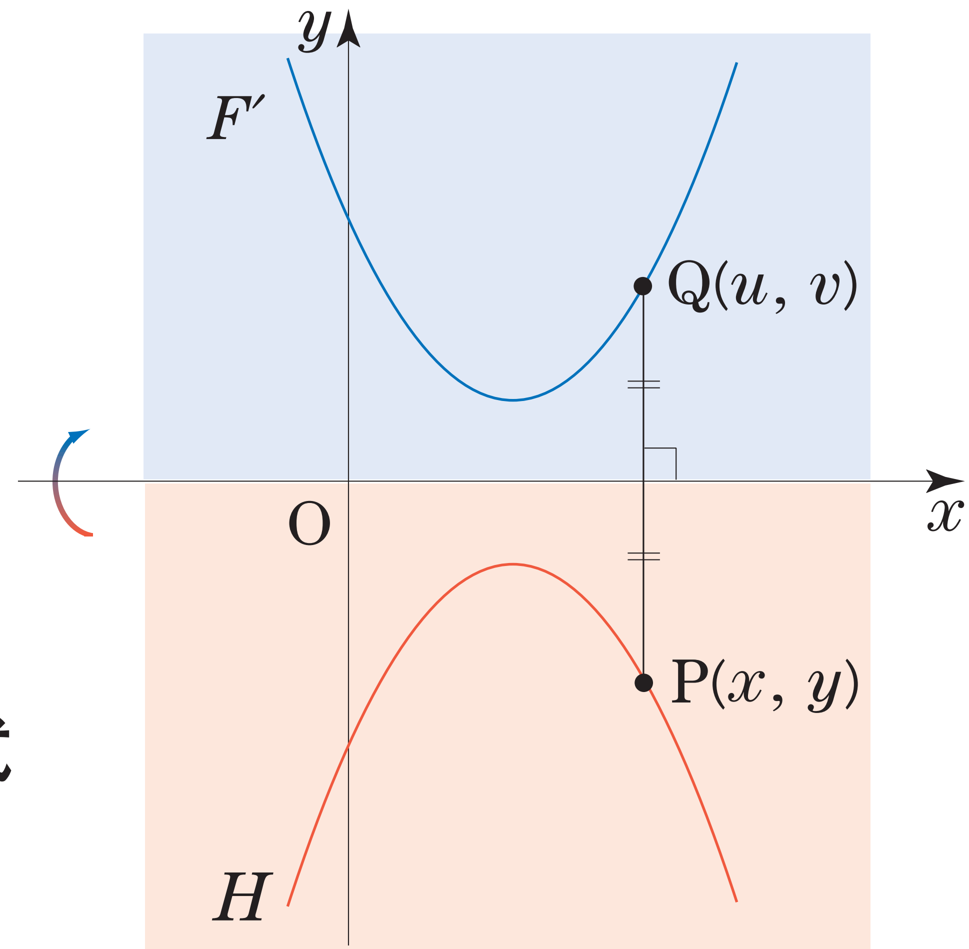
①,② から $u,\ v$ を消去すると,

$$-y=f(x)$$

すなわち,

$$y=-f(x)$$

が得られる. これが H の方程式である.



I-9602

グラフの対称移動（まとめ）

関数 $y = f(x)$ のグラフを,

x 軸に関して対称移動 した曲線の方程式は,

$$y = -f(x)$$

y 軸に関して対称移動 した曲線の方程式は,

$$y = f(-x)$$

原点に関して対称移動した曲線の方程式は,

$$y = -f(-x)$$

となる.

グラフの対称移動（発展）

関数 $y = f(x)$ のグラフを,

直線 $x = a$ に関して対称移動 した曲線の方程式は,

$$y = -f(2a - x)$$

直線 $y = b$ に関して対称移動 した曲線の方程式は,

$$2b - y = f(x)$$

点 (a, b) に関して対称移動した曲線の方程式は,

$$2b - y = f(2a - x)$$

となる.

I-9604 end