数学Ⅰ

第２章　「方程式と不等式」

９．２次方程式の解の判別

hm1-2-9

(pdfファイル)

2次方程式の解の公式

2次方程式

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad (a, b, c \text{ は定数で}, a \neq 0)$$

の解は，$b^2 - 4ac \geqq 0$ のとき，

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

注

$$\begin{cases} b^2 - 4ac > 0 \text{ のとき} & x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ b^2 - 4ac = 0 \text{ のとき} & x = -\dfrac{b}{2a} \end{cases}$$

と分けて表してもよい．

2次方程式の解の判別

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ $(a,b,c$: 定数$, a\neq 0)$ において,

$$D=b^2-4ac$$

とおくと，方程式は

$D>0$ のとき，異なる2つの解をもつ.
$D=0$ のとき，ただ1つの解をもつ. ← **重解**
$D<0$ のとき，解は存在しない.

このように $D=b^2-4ac$ の符号によって解の個数を判別できる. → **判別式**

例題

$x^2+(k-3)x+k=0$ が重解をもつように定数 k を定めよ.

【解】　重解をもつのは判別式 $D=0$ のときであるから,

$$(k-3)^2-4k=0$$

すなわち,

これを解いて,

注　重解は

$$\begin{cases} k= \quad & \text{のとき,} \\ k= \quad & \text{のとき,} \end{cases}$$