

数学 I

第2章 「方程式と不等式」

8. 2次方程式 その1

hm1-2-8

(pdfファイル)

2次方程式

a, b, c が定数で, $a \neq 0$ のとき, x の方程式

$$ax^2 + bx + c = 0$$

を, **2次方程式** という.

方程式を満たす x の値を方程式の **解** (solution, root) という.

また, 方程式のすべての解を求めることを, 方程式を **解く** (solve) という.

● 因数分解による解法 ●

例 方程式 $x^2 - 5x + 6 = 0$ の左辺を因数分解すると

これより,

すなわち,

注 こうして得られた2次方程式の解を表すには, 略して
「 」とすることが多い.

上の2次方程式の解法で使われているのは次の性質である.

2つの数 A, B に対して

$$AB = 0 \iff A = 0 \text{ または } B = 0$$

方程式 $x^2 = k$

$k \geq 0$ のとき、方程式 $x^2 = k$ は、平方根の考えを用いて、簡単に解が求められる。

例

- ・ 方程式 $x^2 = 3$ の解は、 $x =$
- ・ 方程式 $(x + 1)^2 = 3$ の解は、

$$x + 1 =$$

より、

方程式 $x^2 + bx + c = 0$

左辺の2次式 $x^2 + bx + c$ は，次のように変形できる．

$$\begin{aligned} x^2 + bx + c &= x^2 + 2 \cdot \left(\frac{b}{2}\right)x + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c \\ &= \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4} + c \end{aligned}$$

平方完成

この変形を利用して2次方程式 $x^2 + bx + c = 0$ の解が求められる．

例 方程式 $x^2 + 3x + 1 = 0$ の解を求めるには,