

数学 I

第1章 「数と式」

5. 数直線

hm1-1-5

(pdf ファイル)

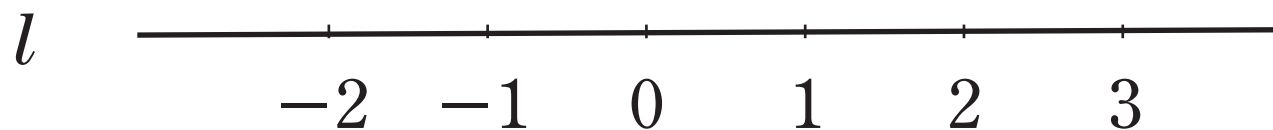
数直線

直線上の点と実数を 1 対 1 に対応させることができる.



このように, 実数と対応づけられた直線を **数直線** と呼ぶ.
数直線上で, 点 P に対応する実数 x を P の **座標** といい,
点 P の座標が x であることを記号 **$P(x)$** で表す.

このとき, 点 P を点 x と呼ぶこともある.

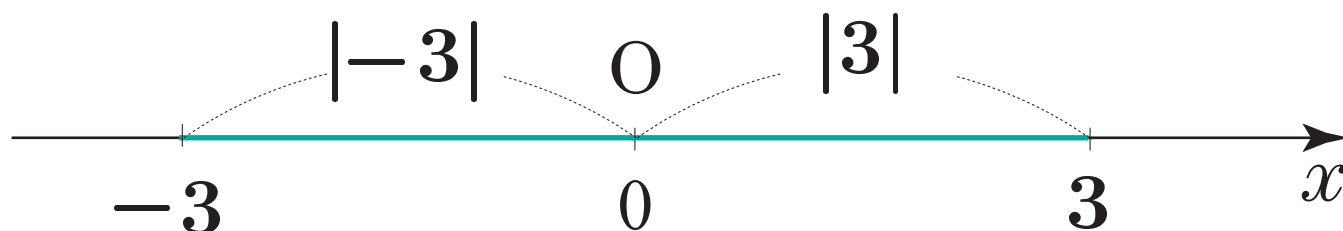


実数の絶対値と数直線

絶対値：実数 a に対し、数直線の上の点 $P(a)$ と原点 O との距離を a の **絶対値** といい、 $|a|$ と表す。

たとえば、

$$|3| = 3, \quad |-3| = 3, \quad |\sqrt{2}| = \sqrt{2}, \quad |-\sqrt{2}| = \sqrt{2}$$



一般に、実数 x について、 $|x| = |-x|$ が成り立つ。

場合分けによる実数の絶対値の定義

$|x| = 3$ となる実数 x は, $x = 3$ と $x = -3$ の2つである.

一般に, 実数について

$$|x| = \begin{cases} x & \dots\dots x \geq 0 \text{ のとき} \\ -x & \dots\dots x < 0 \text{ のとき} \end{cases}$$

注 x が負のとき, $-x$ は正である.

たとえば, $x = -3$ ならば, $-x = 3$ である.

数直線上の2点間の距離と絶対値

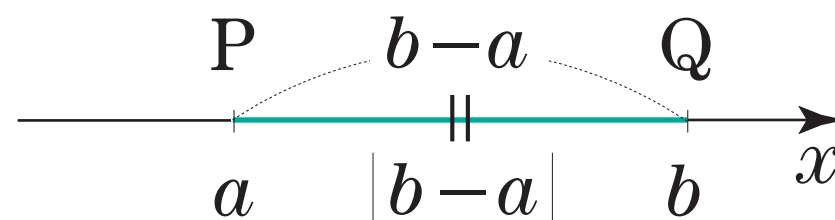
絶対値を用いて、数直線上の2点間の距離を1つの式で表すことができる. すなわち

点P (a) 点Q (b) 間の距離PQは,

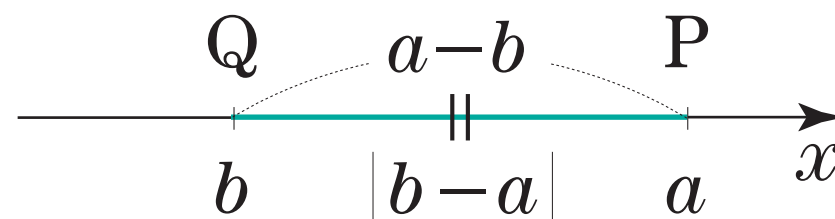
$$PQ = |b - a|$$

である.

$a < b$ のとき



$a > b$ のとき



絶対値記号を含む方程式

例

$|x - 1| = 3$ となる実数 x は、数直線上で、点1からの距離が3の点であるから2つあり、

$$x = 4 \quad \text{と} \quad x = -2$$

である.

すなわち、

$$|x - 1| = 3 \iff x = 4 \text{ または } x = -2$$

