

数学 I

第1章 「数と式」

1. 分配法則と整式の乗法

hm1-1-1

(pdf ファイル)

分配法則と整式の乗法

分配法則：

$$A(B + C) = AB + AC, \quad (A + B)C = AC + BC$$

整式の乗法：整式の乗法は、

$$3x^2(x^2 + 2x) = 3x^4 + 6x^3$$

のように、分配法則に従って行われる。

整式の乗法（展開）

$A = x^3 - 3x^2 + 2$, $B = 4x + 5$ のとき,

$$\begin{aligned} AB &= (x^3 - 3x^2 + 2)(4x + 5) \\ &= (x^3 - 3x^2 + 2) \cdot 4x + (x^3 - 3x^2 + 2) \cdot 5 \\ &= \end{aligned}$$

このように、整式どうしの積を計算して、一つの整式に直すことを、**式の展開** という。

やや複雑な式の展開の例

$$\begin{aligned} & (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \\ &= a(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \\ &+ b(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \\ &+ c(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \end{aligned}$$

乗法公式 A

整式の積の展開において、乗法公式と呼ばれる基本的な公式を覚えておくと、能率的に計算できる。

$$\boxed{1} \quad (1) \quad (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(2) \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\boxed{2} \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$\boxed{3} \quad (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$\boxed{4} \quad (ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

公式相互の関係

- **[1]** の2つの式 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
は, “ b を $-b$ に置き換える” ことで一方から他方が導かれる
- **[2]** $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ は,
[3] $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ の特別な場合
としてとらえられる. **[1]** も同様である.
- **[3]** は, **[4]** $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$
の特別の場合としてとらえられる.

乗法公式の応用例

$$\boxed{1} \quad (x - 3y)^2 =$$

公式 $\boxed{1}$ (2)

$$\boxed{2} \quad (2x + 3)(2x - 3) =$$

公式 $\boxed{2}$

$$\boxed{3} \quad (x + 1)(x - 3) =$$

公式 $\boxed{3}$

$$\boxed{4} \quad (3x + 5)(4x - 3) =$$

公式 $\boxed{4}$

乗法公式 B

3 次式の展開については，次の公式が重要である．

$$\boxed{5} \quad (1) \quad (a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(2) \quad (a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

$$\boxed{6} \quad (1) \quad (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(2) \quad (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

注 公式 $\boxed{5}$, $\boxed{6}$ の 2 式は，いずれか一方から他方を導くことができる．