数学 II

第５章　「指数関数と対数関数」

3. 累乗根・n 乗根

hm2-5-3

（pdf ファイル）

EDUPA

累乗根

n が正の整数であるとき，n 乗して a となる数，すなわち，

$$x^n = a$$

となる数 x を a の n**乗根** という．

とくに，2乗根と3乗根を，それぞれ平方根 (square root)，立方根 (cubic root) ともいう．

2乗根(平方根)，3乗根(立方根)，4乗根，$\cdots$ をまとめて，

累乗根

という．

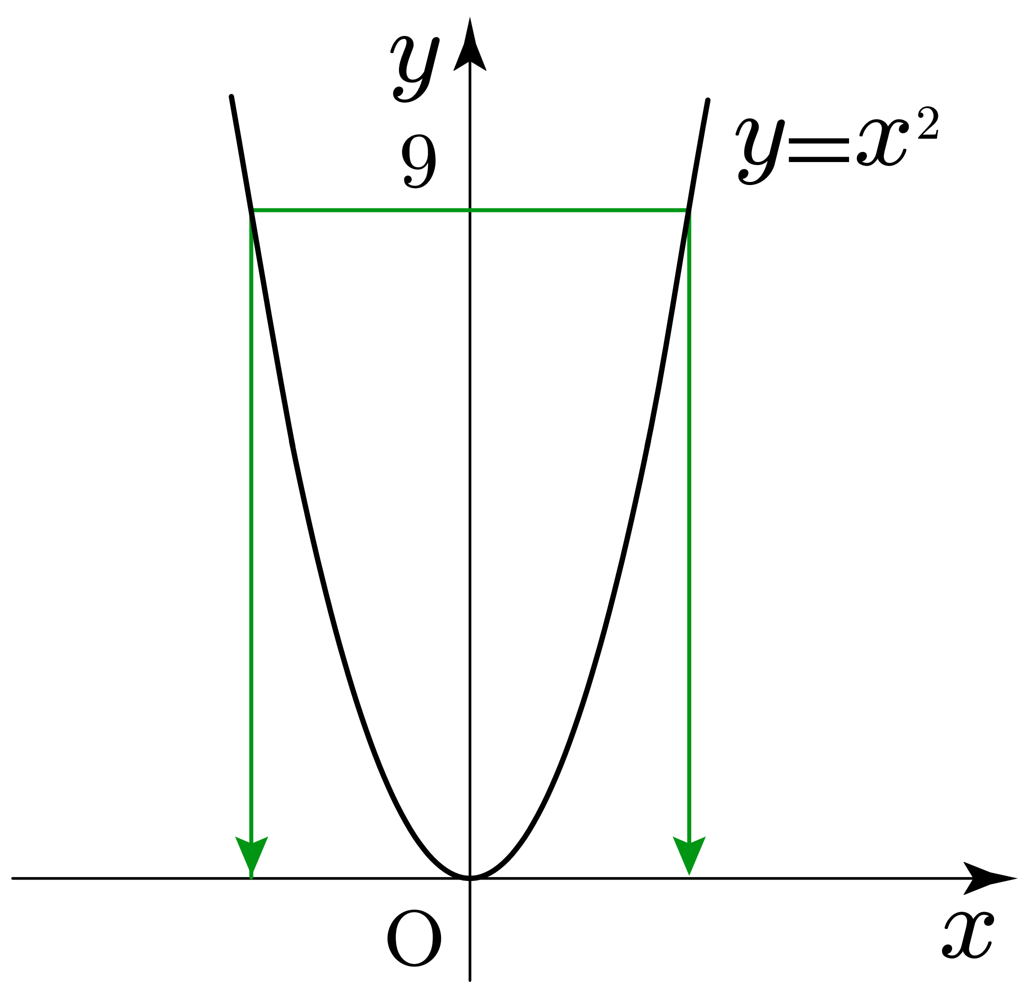
累乗根の例

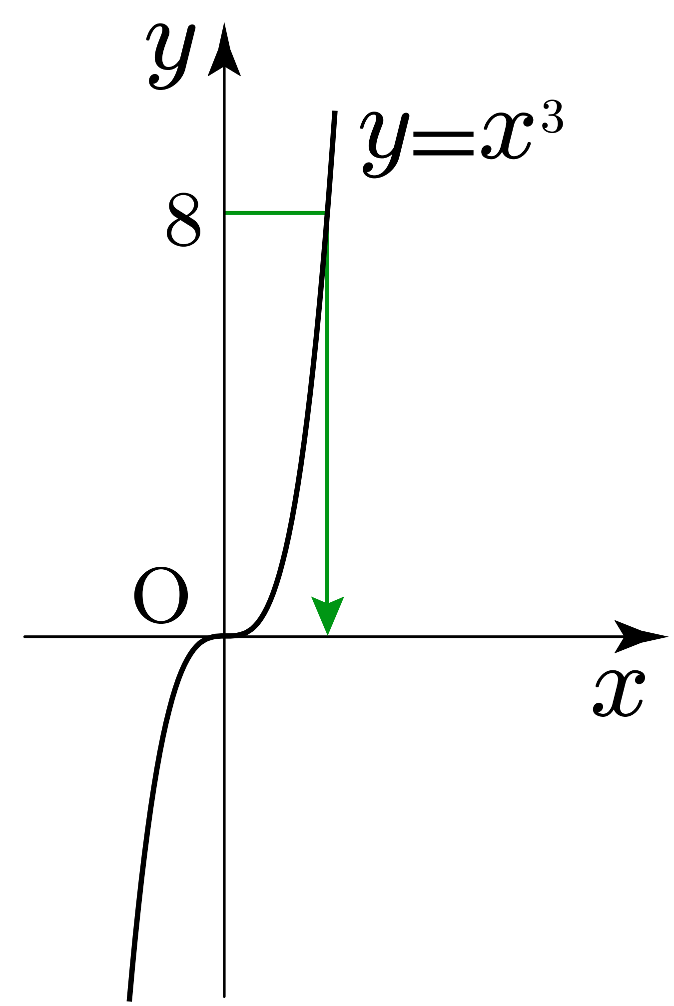
例 実数の範囲で考えると，

(1) 9 の 2 乗根は

(2) 8 の 3 乗根は　　のみ

-8 の 3 乗根は　　のみ





n乗根の表す記号(1)

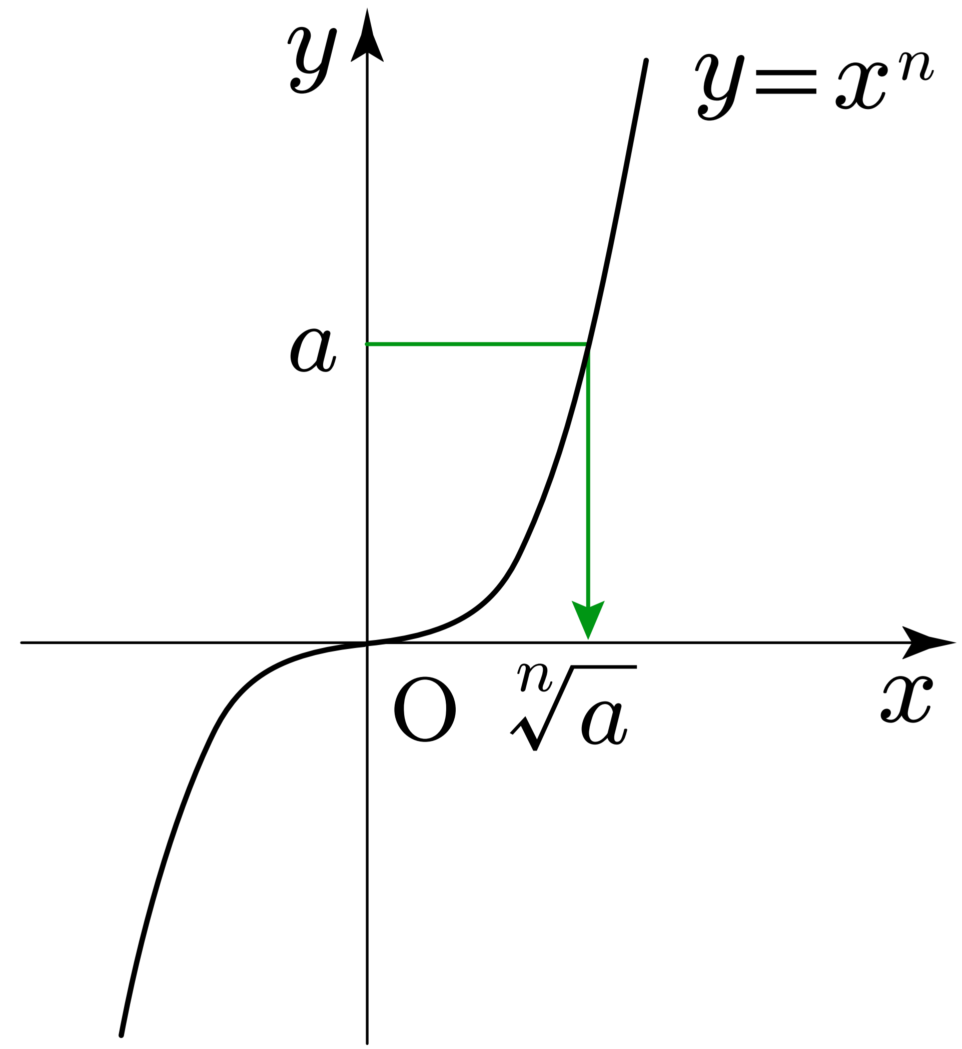
【1】 n が正の奇数のとき，

実数 a の n 乗根は，a の正負にかかわらず，ただ１つある．

それを，$\sqrt[n]{a}$ で表す．

$$\begin{cases} a > 0 \Longrightarrow \sqrt[n]{a} > 0 \\ a < 0 \Longrightarrow \sqrt[n]{a} < 0 \end{cases}$$

nが奇数のとき



例

$\sqrt[3]{8} =$

$\sqrt[3]{-8} =$

n乗根を表す記号(2)

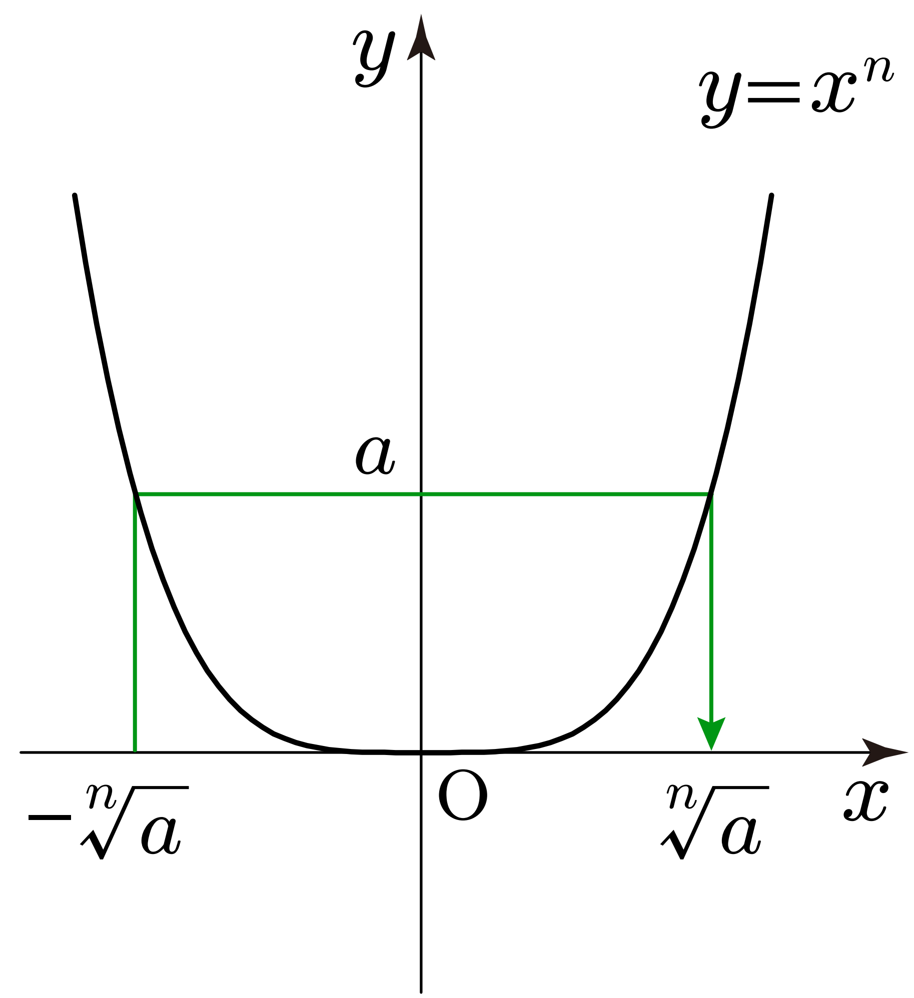
【2】 **n が正の偶数のとき**，

　$a>0$ の場合には，a の n 乗根は，正と負の1つずつあって絶対値が等しい．

　そのうち，正の方を $\sqrt[n]{a}$，負の方を $-\sqrt[n]{a}$ で表す．

　$a<0$ の場合には，a の n 乗根は，実数の範囲には存在しない．

nが偶数のとき



例 $\sqrt[4]{81}=$ 　，$-\sqrt[4]{81}=$ 　，$\sqrt[6]{64}=$ 　，$-\sqrt[6]{64}=$

$\sqrt[n]{a}$ についての注意

◪ n が偶数，奇数にかかわらず $\sqrt[n]{0} = 0$ とする.

◪ $\sqrt[2]{a}$ は，単に $\sqrt{a}$ と書く.

◪ n が正の整数，$a > 0$ のとき，

$$x = \sqrt[n]{a} \quad \text{とは,}$$
$$x^n = a \quad \text{かつ} \quad x > 0$$

となることである.

したがってとくに

$$\alpha > 0 \Longrightarrow \sqrt[n]{\alpha^n} = \alpha$$

※ n が奇数のときは，$\alpha < 0$ でも成り立つ.

(参考) $(\sqrt[n]{\alpha})^n = \alpha$ は自明な関係に過ぎない.