数学 II

第５章　「指数関数と対数関数」

17. 常用対数の応用（1）

hm2-5-17

（pdf ファイル）

常用対数

10 を底とする対数 $\log_{10} x$ を **常用対数** という.

10^n の常用対数は，n である.

例

$\log_{10} 10 =$

$\log_{10} 100 =$

$\log_{10} 1000 =$

$\log_{10} 0.1 =$

$\log_{10} 0.01 =$

$\log_{10} 0.001 =$

常用対数表の基本原理

一般に，任意の正の数 N は，n をある整数として，

$$\boxed{N = a \times 10^n,\quad 1 \leqq a < 10}$$

という形に表される．

　このとき，　$\log_{10} N = \log_{10} a + n$

となるから，N の常用対数を求めるには，1以上10未満の値に対する常用対数の値が知られていればよい．

例

$$\begin{aligned}\log_{10} 4530 &= \log_{10}(4.53 \times 10^3)\\ &= \log_{10} 4.53 + \log_{10} 10^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\log_{10} 0.0453 &= \log_{10}(4.53 \times 10^{-2})\\ &= \log_{10} 4.53 + \log_{10} 10^{-2}\end{aligned}$$

常用対数の応用(1)ー基本

$\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$ であるとすると

$$\log_{10} 4 =$$

$$\log_{10} 6 =$$

$$\log_{10} 8 =$$

$$\log_{10} 9 =$$

$$\log_{10} 5 =$$

常用対数の応用(2)－積・商

たとえば，$A = 39830, B = 1789$ に対し

$$\log_{10} 3.983 \fallingdotseq 0.6002$$

$$\log_{10} 1.789 \fallingdotseq 0.2526$$

$$\log_{10} 2.226 \fallingdotseq 0.3476$$

常用対数表

であることが知られているとすると，

$$\log_{10} \frac{A}{B} = \log_{10} A - \log_{10} B \fallingdotseq 4.6002 - 3.2526$$

$$= 1.3476 \fallingdotseq 1 + \log_{10} 2.226 = \log_{10} 22.26$$

のようにして $\dfrac{A}{B}$ の近似値 22.26 が，引き算だけで求められる．

常用対数の応用(3)− 累乗根

$A = 39830$ に対し,

$$\log_{10} 3.983 \fallingdotseq 0.6002$$

であることが知られていると,

$$\sqrt[4]{A} = \sqrt[4]{39830}$$

のようなものも, $\log_{10} \sqrt[4]{A}$ を

$$\log_{10} A \div 4 = (4 + \log_{10} 3.983) \div 4 \fallingdotseq 1.150$$

とする計算から, $\log 1.413 \fallingdotseq 0.150$ が知られるなら,

$$\sqrt[4]{A} \fallingdotseq 14.13$$

と簡単に計算できる.