数学 II

第４章　「三角関数」

5. いろいろな角の三角関数

hm2-4-5

(pdf ファイル)

EDUPA

三角関数の周期性

n が整数であるとき，角 $\theta + 2n\pi$ の動径は角 θ の動径と一致することから，次の公式が成り立つ.

三角関数の性質

$$\begin{cases} \sin(\theta + 2n\pi) = \sin\theta \\ \cos(\theta + 2n\pi) = \cos\theta \end{cases}$$

$$(n = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \cdots)$$

負角 $(-\theta)$ の三角関数

角 θ の動径と角 $-\theta$ の動径とは,

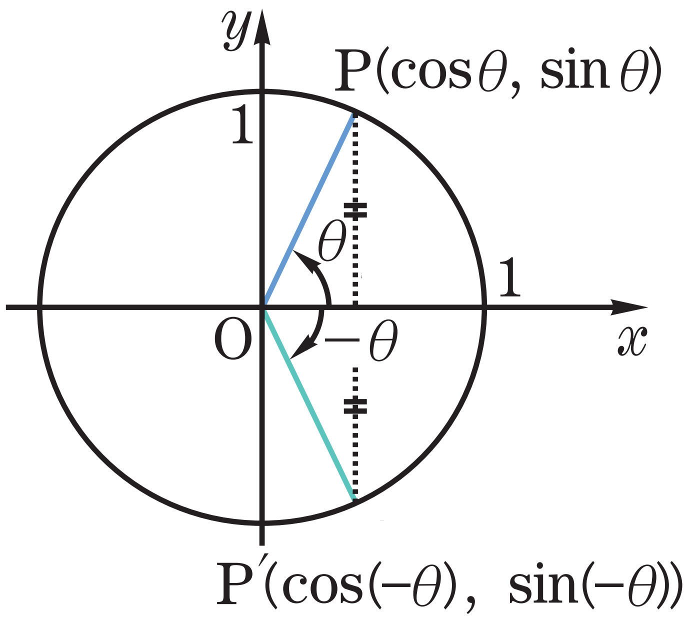
に関して対称である,

したがって,それぞれと単位円の交点

$\mathrm{P}($ $)$

$\mathrm{P}'($ $)$

も に関して対称である.



三角関数の性質

$$\begin{cases} \cos(-\theta) = \\ \sin(-\theta) = \\ \tan(-\theta) = \end{cases}$$

$\theta+\pi$ の三角関数の値

角 θ の動径と角 $\theta+\pi$ の動径とは,

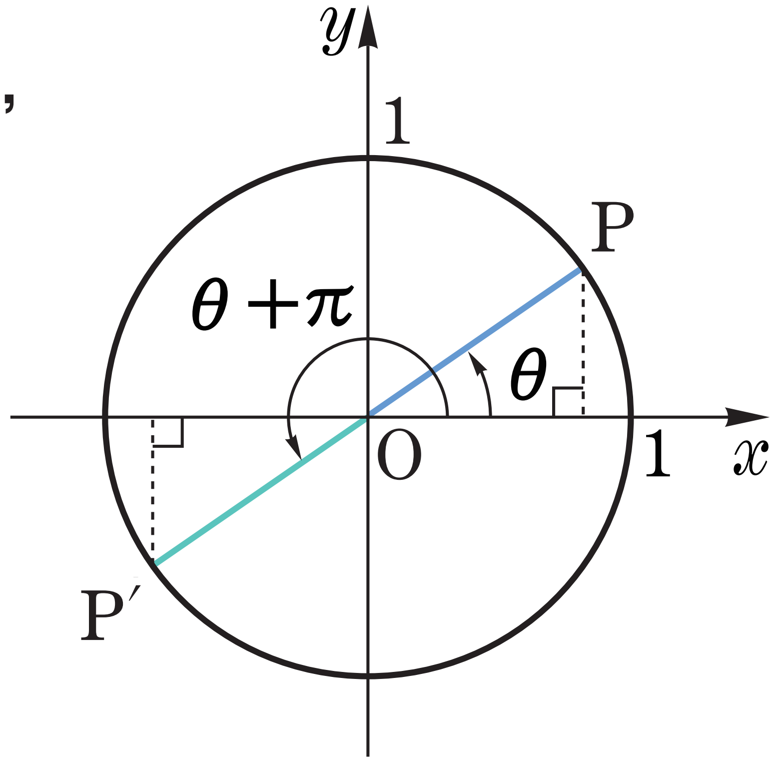
に関して対称である.

したがって, それらと単位円の交点

P(　　　　　　　　　　)

P$'$(　　　　　　　　　　)

も　　　　　に関して対称である.



三角関数の性質

$$\begin{cases} \cos(\theta+\pi) = \\ \sin(\theta+\pi) = \\ \tan(\theta+\pi) = \end{cases}$$

補角 $(\pi-\theta)$ の三角関数の値

三角関数の性質

$$\sin(\pi-\theta) = \qquad\qquad\qquad ,\ \cos(\pi-\theta) =$$

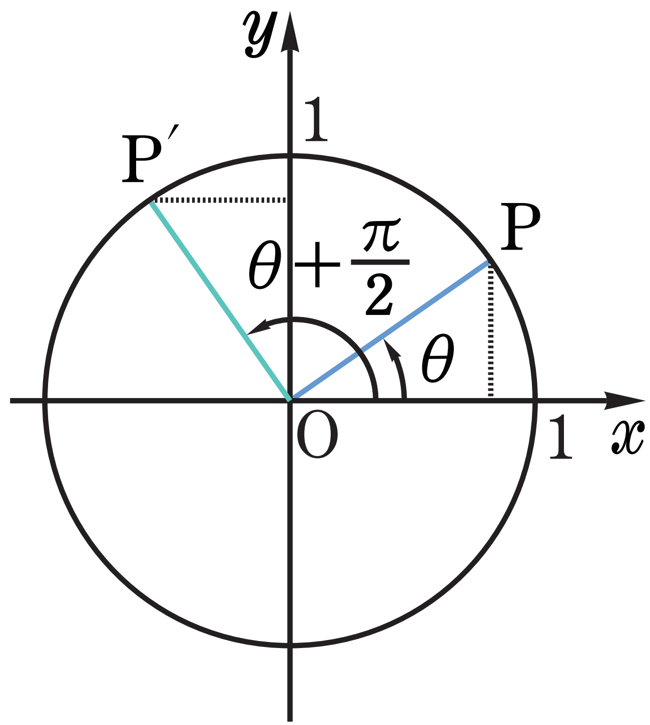
証明 $\sin(\pi-\theta) = \sin\{(-\theta)+\pi\} =$

$$\cos(\pi-\theta) = \cos\{(-\theta)+\pi\} =$$

$\theta+\dfrac{\pi}{2}$ の三角関数の値

角 $\theta+\dfrac{\pi}{2}$ の動径と単位円の交点 P′の座標は，

$\left(\qquad\qquad\qquad\qquad\right)$ である．一方，



この点 P′ は，点 P$(\cos\theta,\ \sin\theta)$

を原点 O のまわりに $\dfrac{\pi}{2}$ だけ回転した

ものであるから，その座標は

$\left(\qquad\qquad\qquad\qquad\right)$

と表すことができる．

三角関数の性質

$$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=\cos\theta,\quad \cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\theta$$

【研究】基本公式の活用

$$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=\cos\theta,\quad \cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\theta$$

この性質を仮定すると,

$$\sin(\theta+\pi)=\sin(\theta+\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2})=$$

$$\cos(\theta+\pi)=\cos(\theta+\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2})=$$

のように，すでに証明した別の性質を導くことができる.

また，$\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{2}\right)=$

$$\sin\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)=$$

も明らかである.