

第4章 「三角関数」

4. 三角関数の相互関係

hm2-4-4

(pdf ファイル)

三角関数の間の相互関係

三角関数 $\cos \theta$, $\sin \theta$, $\tan \theta$ の間にも, 三角比のときと同様, 次の関係がある.

三角関数の相互関係

$$\boxed{1} \quad \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\boxed{2} \quad \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\boxed{3} \quad 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$



$\cos \theta, \sin \theta, \tan \theta$ の相互関係

例

$$\sin \theta = -\frac{4}{5} \text{ であるとするとき,}$$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \text{ から,}$$

$$\cos \theta =$$

また,

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} =$$

θ が第3象限の角なら、

$$\cos \theta = \quad , \quad \tan \theta =$$

例題

次の等式を証明せよ.

$$\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} + \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta} = \frac{2}{\cos \theta}$$

証明

$$\text{左辺} = \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} + \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{2}{\cos \theta} = \text{右辺} \quad \blacksquare$$

例題

$\cos \theta + \sin \theta = \frac{1}{2}$ のとき, $\cos \theta \sin \theta$ の値を求めよ.

【解】 与えられた等式の両辺を平方すると,

$$(\cos \theta + \sin \theta)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

ゆえに, $\cos \theta \sin \theta =$


$$\cos \theta + \sin \theta = \frac{1}{2} \quad \text{となるのは?}$$

$\cos \theta + \sin \theta = \frac{1}{2}$ となるとき, $\sin \theta \cos \theta =$
ゆえに, $\cos \theta, \sin \theta$ は,
2次方程式

の2つの解

である.

例題

$\cos \theta + \sin \theta = \frac{1}{2}$ のとき, $\cos^3 \theta + \sin^3 \theta$ の値を求めよ.

【解】 $\cos^3 \theta + \sin^3 \theta =$