数学 II

第４章　「三角関数」

# 18. 正接の加法定理

## hm2-4-18

(pdf ファイル)

# 加法定理

2つの角 $\alpha$ と $\beta$ の **和 $\alpha+\beta$ の三角関数** は，次のように，つねに，$\alpha$ , $\beta$ の三角関数で表すことができる.

特に重要なのは，次の4つである.

## 正弦と余弦の加法定理

$\boxed{1}$ $$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$

$\boxed{2}$ $$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

$\boxed{3}$ $$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

$\boxed{4}$ $$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

# 正接の加法定理

正弦，余弦の加法定理から，

$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}$$

$$=$$

$\cos\alpha\cos\beta \neq 0$ のとき，この式の分母，分子を $\cos\alpha\cos\beta$ で割ると，次の定理を導くことができる．

**正接の加法定理**

$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$$

# 正接の加法定理(続)

正接の加法定理で，$\beta$ を $-\beta$ に置き換えると，次の定理が得られる.

**正接の加法定理**

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$$

これは，

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha-\beta)}=\frac{\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta}$$

から導くこともできる.

# 2直線のなす角

**例** 2直線 $y=2x$,　$y=\dfrac{1}{3}x$

が $x$ 軸の正の向きに対してなす角をそれぞれ, $\alpha, \beta$ とすると,

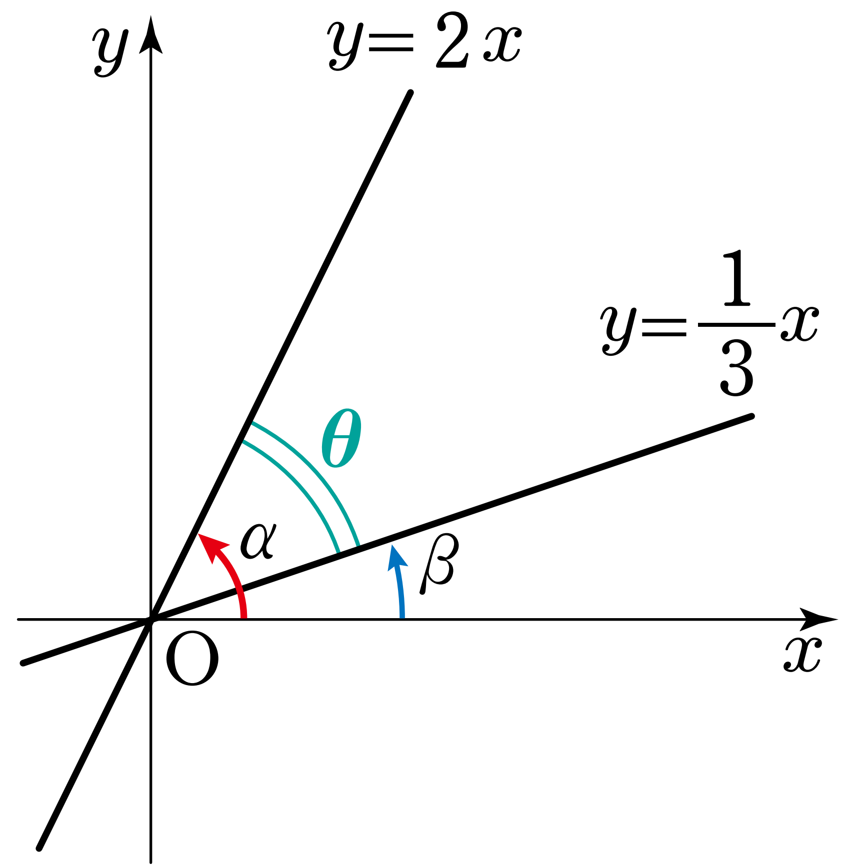
$0<\beta<\alpha<\pi$ であって，2直線のなす角 $\theta$ は,

$$\theta=\alpha-\beta$$

ここで，$\tan\alpha=$　　, $\tan\beta=$

であるから,

$\tan\theta=$




したがって，$\theta=$　　　　である.