数学 II

第３章 「図形と式」

31. 線型計画法

hm2-3-31

(pdf ファイル)

“最適解” を求めて

ある工場で製品 A, B を生産している．A, B それぞれの 1 トンあたりの生産に必要な電力量，原材料および利益は，右の表の通りとする．また，1 日の電力，原材料の供給量の限度はそれぞれ 10kWh，15 トンとする．

	電力量	原材料	利益
A	2kWh	1 トン	2 万円
B	1kWh	3 トン	3 万円

このとき，工場で 1 日に生産される製品の総利益を最大にするには，A, B それぞれの 1 日の生産量 x トン，y トンをどのように決めると良いか．

“最適解” を求めて(続)

変数 x, y は，連立不等式

$$x \geqq 0,\quad y \geqq 0,\quad 2x + y \leqq 10,\quad x + 3y \leqq 15$$

を満たして変化するので，点 $(x,\ y)$ の描く図形を D とすると, D は,

直線 $x = 0$ の　　　側,

直線 $y = 0$ の　　　側,

直線 $2x + y = 10$ の　　側,

直線 $x + 3y = 15$ の　　側,

であるので,

“最適解” を求めて（続）

点 $(x,\ y)$ が領域 D を動くとき，$2x+3y$ の取る値を最大にすることを考えればよい． そこでこの値を k とおくと，

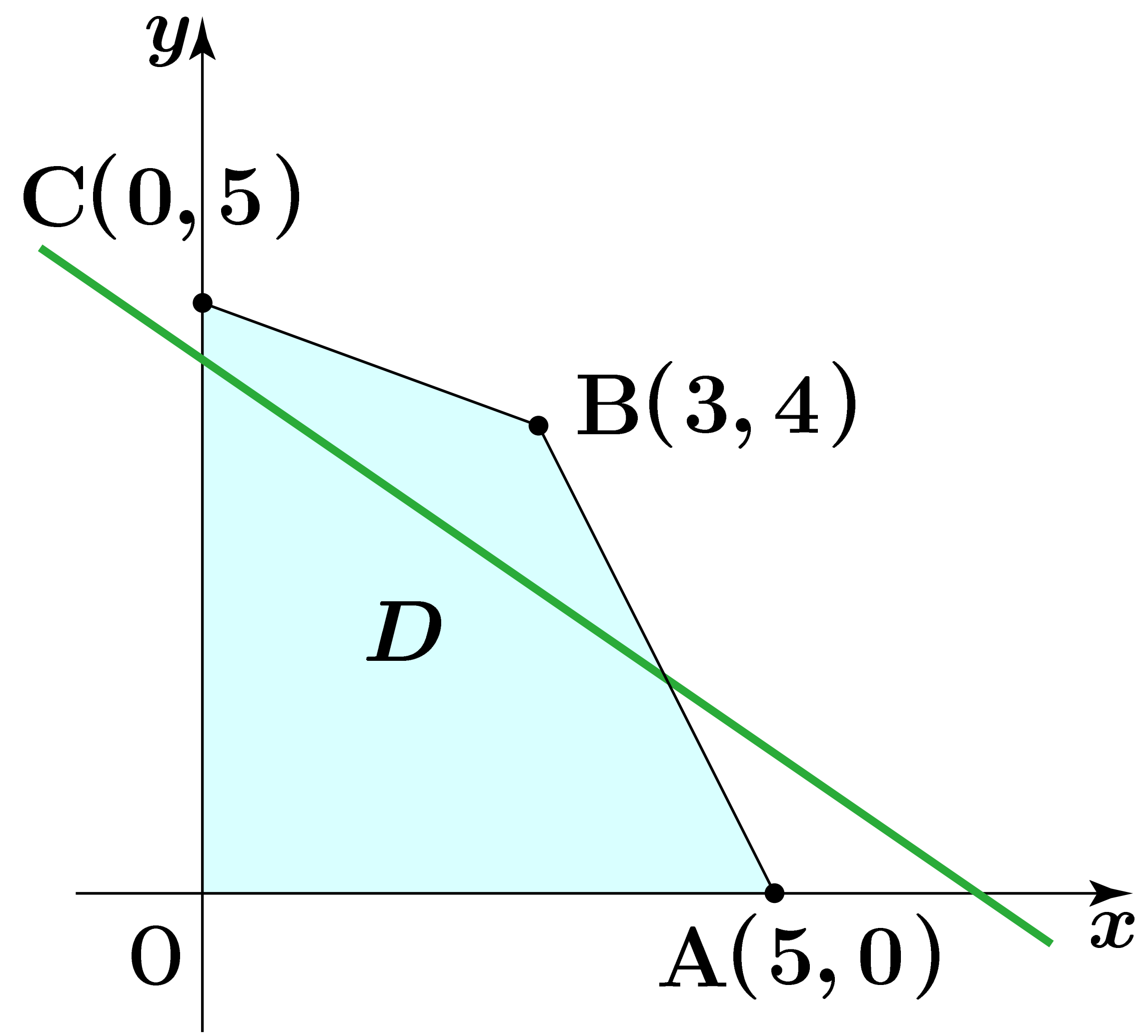
$$2x+3y=k \quad \cdots ①$$

ここで，k を定数と考えると，

① は傾きが $-\dfrac{2}{3}$，y 切片が $\dfrac{k}{3}$

の直線を表す．

この直線が， 領域 D と共有点をもつような k の値のうちで，最大のものを求めればよい．



線型計画法

　このように，変数 x, y がある連立1次不等式を満たして変化するとき，x, y の1次関数 $ax+by$ のとる最大値や最小値を，連立1次不等式の表す図形を念頭において求める方法は **線型計画法(Linear Programming)** と呼ばれ，応用上とても重要である．

※この考え方は，1次関数以外の関数にも利用されることがある．

たとえば，

「x, y が，$y \geqq x^2-6x+9$ を満たして変化するとき，関数 $z=x^2+y^2$ のとる最小値を求めよ.」