

第 2 章 「複素数と方程式」

7. 解と係数の関係

hm2-2-7

(pdf ファイル)

解と係数の関係 (近頃の教科書風説明)

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の2つの解を α, β とすると、 α, β の一方は $\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

他方は $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

であるので、 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ は次のように計算される。

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}\end{aligned}$$

$$\alpha\beta =$$



解と係数の関係 (正統的説明)

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の2つの解が α, β であるとは,

2次方程式の解と係数の関係

2次方程式の2つの解の和と積は、2次方程式の係数の簡単な式で表される。

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の2つの解を α, β とすると、

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} \end{cases}$$

これを **2次方程式の解と係数の関係** という。

$\alpha + \beta$ と $\alpha\beta$ は、 α, β の **基本対称式** と呼ばれる。

【発展】 3次方程式の解と係数の関係

3次方程式 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ の3つの解を α, β, γ とすると,

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a} \\ \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a} \\ \alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a} \end{cases}$$