

第1章 「式と証明」

6. 恒等式

---

hm2-1-6

(pdf ファイル)

## 方程式と恒等式

$x^2 = 4$  のように、**方程式** と呼ばれる等式は、 $x$  の特定の値に対してしか成り立たない。

しかし、等式  $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$  は、 $x$  にどのような値を代入しても成り立つ。このような式を **恒等式** という。

恒等式とは、等式の両辺にある式が完全に一致するものである。

$x$  の2次式については次のことがいえる。

$$ax^2 + bx + c = a'x^2 + b'x + c' \text{ が } x \text{ についての恒等式}$$
$$\iff a = a', \quad b = b', \quad c = c'$$

## 例題

次の式が  $x$  についての恒等式となるように定数  $a, b, c$  の値を定めよ.

$$a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c = x^2 - 3x + 2$$



## もう1つの恒等式条件

$a(x-1)^2 + b(x-1) + c = x^2 - 3x + 2$  が恒等式であるためには、 $x$  に特別の値を代入したときにも成り立たなければならない。(いわゆる 条件)

そこで、 $x = 1, 0, 2$  を代入すると、

これを解いて、 $a =$  ,  $b =$  ,  $c =$

逆にこのとき、左辺は であり、これを展開して整理すると右辺と同じ式となるので、恒等式になる。(いわゆる 条件)

## 例題

$\frac{1}{x^2 - 1} = \frac{a}{x - 1} + \frac{b}{x + 1}$  が恒等式になるように  
定数  $a, b$  の値を定めよ.