

第1章 「式と証明」

2. 剰余の定理

---

hm2-1-2

(pdf ファイル)



## 剰余の定理

整式  $P(x)$  を1次式  $x - \alpha$  で割ったときの商を,  $Q(x)$ , 余りを とすると, 次の式が成り立つ.

$$P(x) =$$

この式は  $x$  にどんな値を代入しても成り立つので,  $x = \alpha$  を代入すると,

$$P(\alpha) = \hspace{10em} \text{すなわち, } P(\alpha) =$$

となる

## 剰余の定理の適用例

### 剰余の定理

$P(x)$  を  $x - \alpha$  で割ったときの余りは  $P(\alpha)$

この定理により  $P(x)$  を  $x - \alpha$  で割る計算を実際に行わなくても、余り  $R$  の値が求められる。

**例**  $P(x) = x^3 - 3x^2 + 1$  を  $x - 2$  で割ったときの余りは

$$P(\quad) =$$

また、 $P(x)$  を  $x + 2$  で割ったときの余りは

$$P(\quad) =$$

## 剰余の定理の一般化

整式  $P(x)$  を1次式  $ax + b$  で割ったときの商を  $Q(x)$ ,  
余りを  $R$  ( $R$  は定数) とおくと

$$P(x) = (ax + b)Q(x) + R$$

これから次の定理を得る.

### 定理

整式  $P(x)$  を1次式  $ax + b$  で割ったときの余りは

$$P\left(-\frac{b}{a}\right)$$

**例**  $P(x) = x^3$  を  $2x + 1$  で割った余りは  $P\left(\quad\right) =$

## 剰余の定理の応用(1)

### 例題

整式  $P(x)$  を  $(x-1)(3x+1)$  で割ったときの余りが  $2x+3$  であるとき、 $P(x)$  を  $x-1$  で割ったときの余りを求めよ。

【解】 与えられた条件から、ある整式  $Q(x)$  を用いて

$$P(x) =$$

と表すことができる。

ゆえに、

$$P(\quad) =$$

よって、 $P(x)$  を  $x-1$  で割った余りは

## 剰余の定理の応用(2)

### 例題

整式  $P(x)$  を  $x + 2$  で割ったときの余りが  $-1$ ,  
 $2x - 1$  で割ったときの余りが  $4$  であるとき,  $P(x)$  を  
 $(x + 2)(2x - 1)$  で割ったときの余りを求めよ.

【解】  $P(x)$  を 2 次式  $(x + 2)(2x - 1)$  で割ったときの商  
を  $Q(x)$  余りを  $R(x)$  とおくと,  
 $P(x) =$

$$\text{よって, } \begin{cases} P(-2) = -1 \\ P(1/2) = 4 \end{cases}$$

これを解いて

ゆえに, 求める余りは