数学 I

第４章　「図形と計量」

8. 一般化された三角比の相互関係

hm1-4-8

(pdfファイル)

拡張された三角比に関して

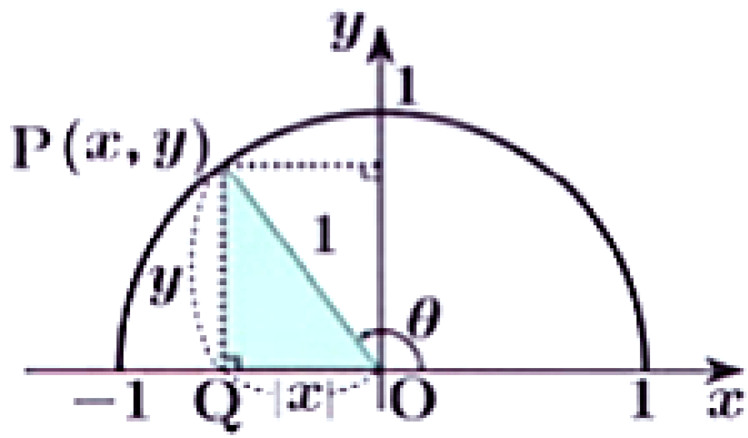
与えられた角 $\theta(0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ)$ に対し，x 軸を角 θ だけ回転した半直線と単位円周の交点を $\mathrm{P}(x, y)$ とすると，

$$x = \cos\theta,\quad y = \sin\theta$$

である．直角三角形 OPQ において，

$$\mathrm{OQ} = |x|,\quad \mathrm{PQ} = y,\quad \mathrm{OP} = 1$$

$$\therefore\quad x^2 + y^2 = 1 \qquad \cdots\cdots ①$$



拡張された三角比の相互関係

$\boxed{1}$ $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$$\left.\begin{aligned} &\boxed{2}\quad \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \\ &\boxed{3}\quad 1 + \tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta} \end{aligned}\right\} \cos\theta \neq 0 \text{のとき}$$

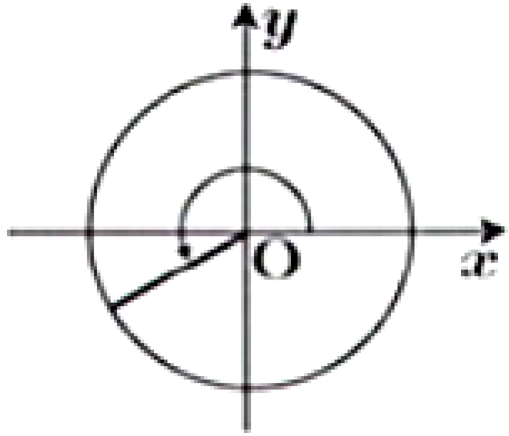
三角比のさらなる拡張（発展）

$0° \leqq \theta \leqq 180°$ の角 θ に対する三角比の定義を使うと，
$0° \leqq \theta \leqq 180°$ の限界を越えて，三角比を拡張できる.

例 (1) $\cos 210° =$

$\sin 210° =$

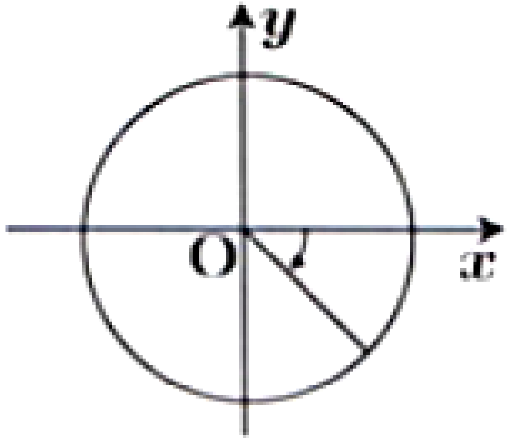
$\tan 210° =$



(2) $\sin(-45°) =$

$\cos(-45°) =$

$\tan(-45°) =$



例題

θ が鈍角で，$\sin\theta = \dfrac{3}{4}$ のとき，$\cos\theta, \tan\theta$ の値を求めよ．

【解】　$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta =$

θ が鈍角であるから，$\cos\theta$ 　　　　より $\cos\theta =$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} =$$

図形的別解

$\sin\theta = \dfrac{3}{4}$ となる鈍角 θ は，右の図の直角三角形 ABC の $\angle$A の補角の大きさである．

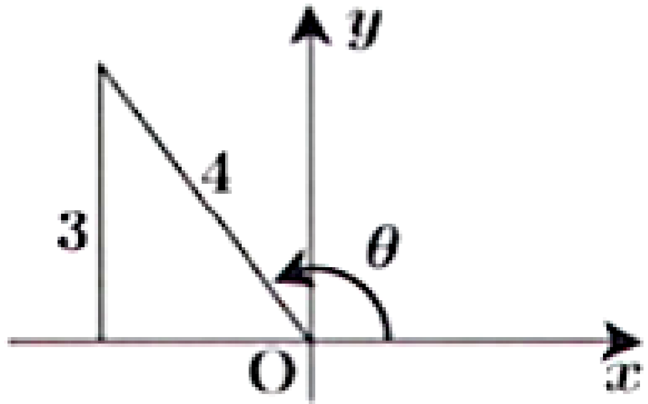
三平方の定理より，

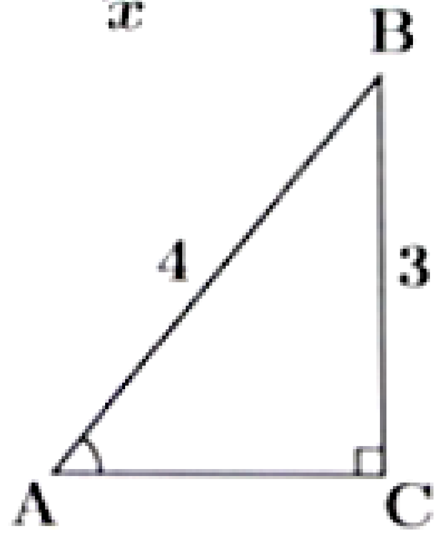
$$\mathrm{AC} =$$

であるから，

$$\cos\theta =$$

$$\tan\theta =$$





直線の傾きと正接

x 軸の正の向きから左まわりに直線 $y=mx$ まで計った角 θ を，直線と x 軸の正の向きとのなす角 という.

直線 $y=mx$ 上の点 $\mathrm{P}(X,Y)$ を $Y>0$ となるようにとると，

$Y=mX$ より

$$m=\frac{Y}{X}=\tan\theta$$

すなわち，　$m=\tan\theta$