数学Ⅰ

第３章　「２次関数」

10. 2次不等式

hm1-3-10

(pdfファイル)

グラフを利用した不等式の解法

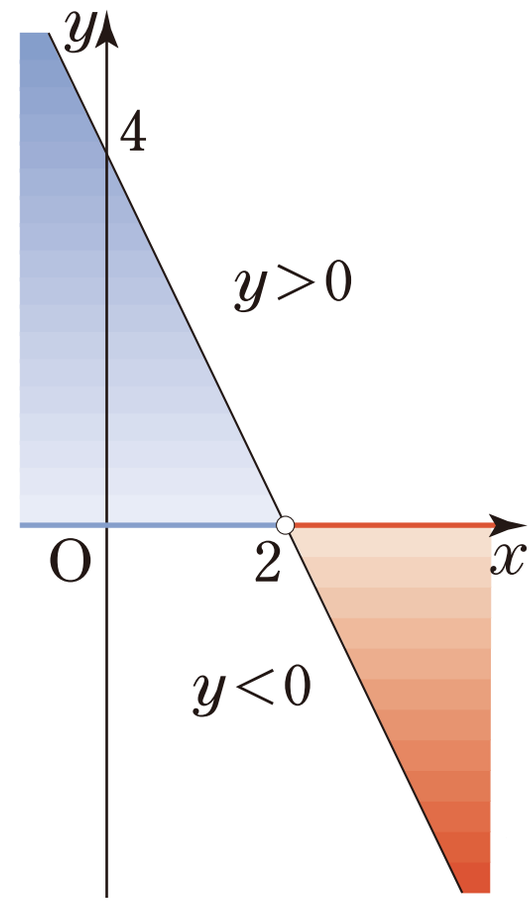
1次不等式 $-2x+4>0$ や $-2x+4<0$ は，1次関数 $y=-2x+4$ のグラフを利用して解くことができる．

不等式 $-2x+4>0$ の解は，直線 $y=-2x+4$ の y 座標が正となる部分の x の値の範囲，すなわち，

である．

同様に，不等式 $-2x+4<0$ の解は，直線 $y=-2x+4$ の y 座標が負となる部分の x の値の範囲であるから，

である．



I-8201

2次不等式

不等式で，右辺が 0 となるように式を整理したとき，

$$ax^2 + bx + c > 0, \quad ax^2 + bx + c \leqq 0$$

のように，左辺が x の2次式となるものを **2次不等式** という．

1次不等式と同様に，2次不等式も2次関数のグラフを利用して解くことができる．

注意 一般に，不等式 $f(x) > 0$ や $f(x) < 0$ を解くとき，関数 $y = f(x)$ のグラフを利用することができる．

不等式の直観的解法

I-8202

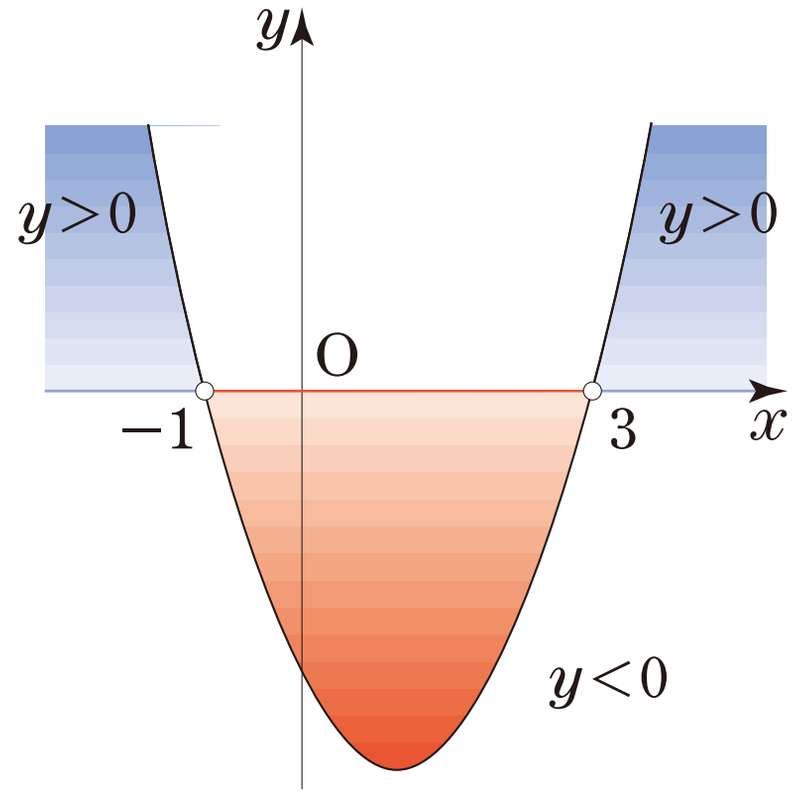
2次関数のグラフが x 軸と2点で交わる場合

例 2次関数 $y = x^2 - 2x - 3$ のグラフと x 軸の共有点の x 座標は，方程式　　を解いて

$x =$

2次不等式 $x^2 - 2x - 3 < 0$ の解は，グラフで $y < 0$ となる x の値の範囲であるから，

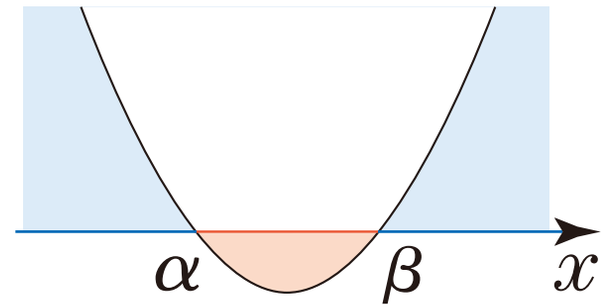
また，2次不等式 $x^2 - 2x - 3 > 0$ の解は，グラフで $y > 0$ となる x の値の範囲であるから，



I-8301

2次不等式のまとめ（1）

一般に，2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ は $b^2-4ac>0$ のとき，異なる2つの解をもつので，それらを α, β （ただし，$\alpha<\beta$ ）とすると，



$a>0$ のとき，

$ax^2+bx+c<0$ の解は，

$ax^2+bx+c>0$ の解は，

$ax^2+bx+c\leqq 0$ の解は，

$ax^2+bx+c\geqq 0$ の解は，

I-8302

例題

次の2次不等式を解いてみよう.

(1) $x^2 - 2x - 6 < 0$　　(2) $3x^2 + 5x - 1 \geqq 0$

【解】 (1) 2次方程式 $x^2 - 2x - 6 = 0$ の解は，解の公式より、$x =$

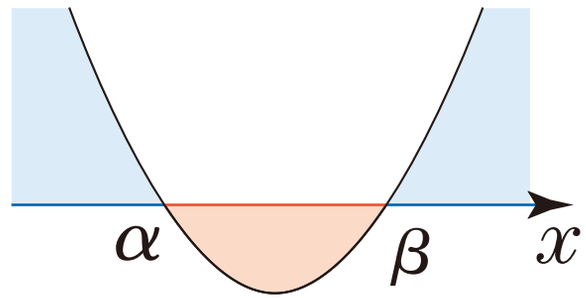
したがって，$x^2 - 2x - 6 < 0$ の解は,

(2) 2次方程式 $3x^2 + 5x - 1 = 0$ の解は，解の公式より

したがって，$3x^2 + 5x - 1 \geqq 0$ の解は,

2次不等式のまとめ（1’）

2次関数 $y=(x-\alpha)(x-\beta)$ のグラフは，$\alpha<\beta$ のとき，下の図のようになるので，次のことがいえる．



$\alpha<\beta$ のとき，

$(x-\alpha)(x-\beta)<0$ の解は，

$(x-\alpha)(x-\beta)>0$ の解は，

$(x-\alpha)(x-\beta)\leqq 0$ の解は，

$(x-\alpha)(x-\beta)\geqq 0$ の解は，

x^2の係数が負のときの2次不等式

2次不等式で x^2 の係数が負のときは，不等式の両辺に -1 をかけて，x^2 の係数を正に直してから，これまで学んだ方法で解けばよい．

例 2次不等式 $-x^2+2x+3<0$ を解くには，まず両辺に -1 をかけて，

これを解くと

I-8501 end