

第1章 「数と式」

6. 平方根の定義

hm1-1-6

(pdf ファイル)

平方根の定義

平方根：2乗して a になる数を a の **平方根** という。

a が **正の実数** であるとき， a の平方根は実数の範囲に正と負の2つあり，そのうち **正の方** を $\sqrt{a}$ で表す。

a の負の平方根は $-\sqrt{a}$ と書ける。

注 記号 $\sqrt{\quad}$ を **根号** という。

例 4の平方根は，2と-2であり， $\sqrt{4} = 2$ である。
2の平方根は， $\sqrt{2}$ と $-\sqrt{2}$ である。

0の平方根は0だけであり， $\sqrt{0} = 0$ と定める。

平方根の性質A

根号の定義から，次のことが成り立つ．

$$\boxed{1} \quad a > 0 \text{ のとき, } (\sqrt{a})^2 = a$$

$$\boxed{2} \quad \sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & \dots\dots a \geq 0 \text{ のとき} \\ -a & \dots\dots a < 0 \text{ のとき} \end{cases}$$

例 (1) $(\sqrt{5})^2 = 5$ (2) $\sqrt{5^2} = 5$ (3) $\sqrt{(-5)^2} = 5$

注 [1]と[2]を混同して, $a < 0$ のときも $\sqrt{a^2} = a$ が成り立つと間違いやすい.

平方根の性質B

$a > 0, \quad b > 0$ のとき,

$$\boxed{3} \quad \sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$\boxed{4} \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$\boxed{3}$ の証明： $x = \sqrt{a}\sqrt{b}$ とおくと,

$$x^2 = (\sqrt{a}\sqrt{b})^2 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$\sqrt{a}, \sqrt{b}$ は正の数であるから, x は正の数である $\dots\dots\dots \textcircled{2}$

①, ②より, x は ab の正の平方根, すなわち $\sqrt{ab}$ である.

ゆえに, $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$

$\boxed{4}$ の証明も同様である.

平方根の性質C

$$\boxed{3} \quad \sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

の特別の場合として，次の性質が成り立つ．

$$\boxed{5} \quad a > 0, \quad m > 0 \text{ のとき,}$$

$$\sqrt{m^2 a} = m\sqrt{a}$$

●根号を含む式の計算●

平方根の性質を用いて，根号を含む式を簡単にすることができる．

例 (1) $\sqrt{18} \times \sqrt{6} =$

(2) $\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1) - \sqrt{6}(1 - \sqrt{3})$
=