数学Ⅰ

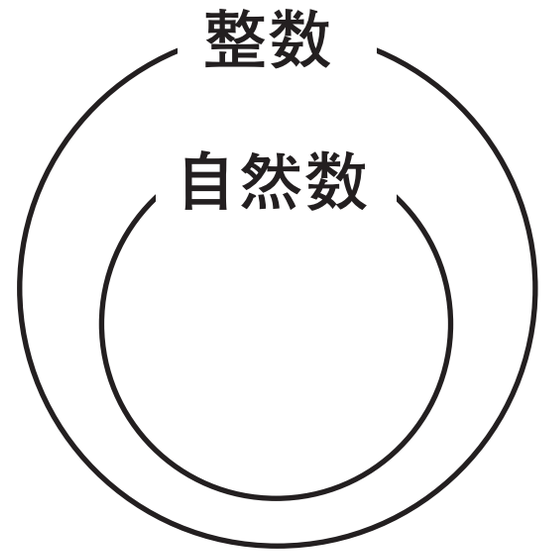
第１章　「数と式」

3. 数

hm1-1-3

(pdf ファイル)

自然数・整数・有理数



自然数：$1,\ 2,\ 3,\ 4, \cdots$ を **自然数** という.

整数：自然数と

0 および $-1,\ -2,\ -3,\ -4,\ \cdots$

をあわせて **整数** という.

自然数は **正の整数** といえる.

$-1,\ -2,\ -3,\ -4,\ \cdots$ を **負の整数** という.

有理数：整数 m, n を用いて $\dfrac{n}{m}$ と表される数を

有理数 (rational number)という. ただし, $m \neq 0$.

整数 n は $\dfrac{n}{1}$ と表されるから, **整数は有理数の一種である.**

整数以外の有理数

整数以外の有理数は，**有限小数** か，または，いくつかの同じ数の並びが繰り返される **無限循環小数** になる．

無限に繰り返される部分を，記号 $\dot{}$ を用いて，

$$\frac{1}{3} = 0.\dot{3} \qquad \frac{25}{7} = 3.\dot{5}7142\dot{8}$$

のように表す．

逆に，有限小数や循環小数は，$\dfrac{n}{m}$ $(m, n$ は整数$)$ の形で表すことができるので有理数である．

‘循環小数 ⟹ 分数’変換の例

循環小数

$$r = 2.1818181818\cdots = 2.\dot{1}\dot{8}$$

は，小数部分が，2桁(けた)ずつ繰り返している ので，rと小数点位置が2桁ずれる $100r$との差 を考えると，無限に続く小数部分が消える．

$$\begin{array}{rrl} & 100r = & 218.18181818\cdots \\ -) & r = & 2.18181818\cdots \\ \hline & 99r = & 216 \end{array}$$

ゆえに，$r = \dfrac{216}{99} = \dfrac{24}{11}$

無理数, 実数

無理数: 無限小数には,

$$0.1001000100001\cdots, \quad \sqrt{2} = 1.41421356237309\cdots$$

のように, 循環しない ものがある. ← なぜそうとわかる?

循環しない無限小数 が表す数を

無理数 (irrational number)

という.

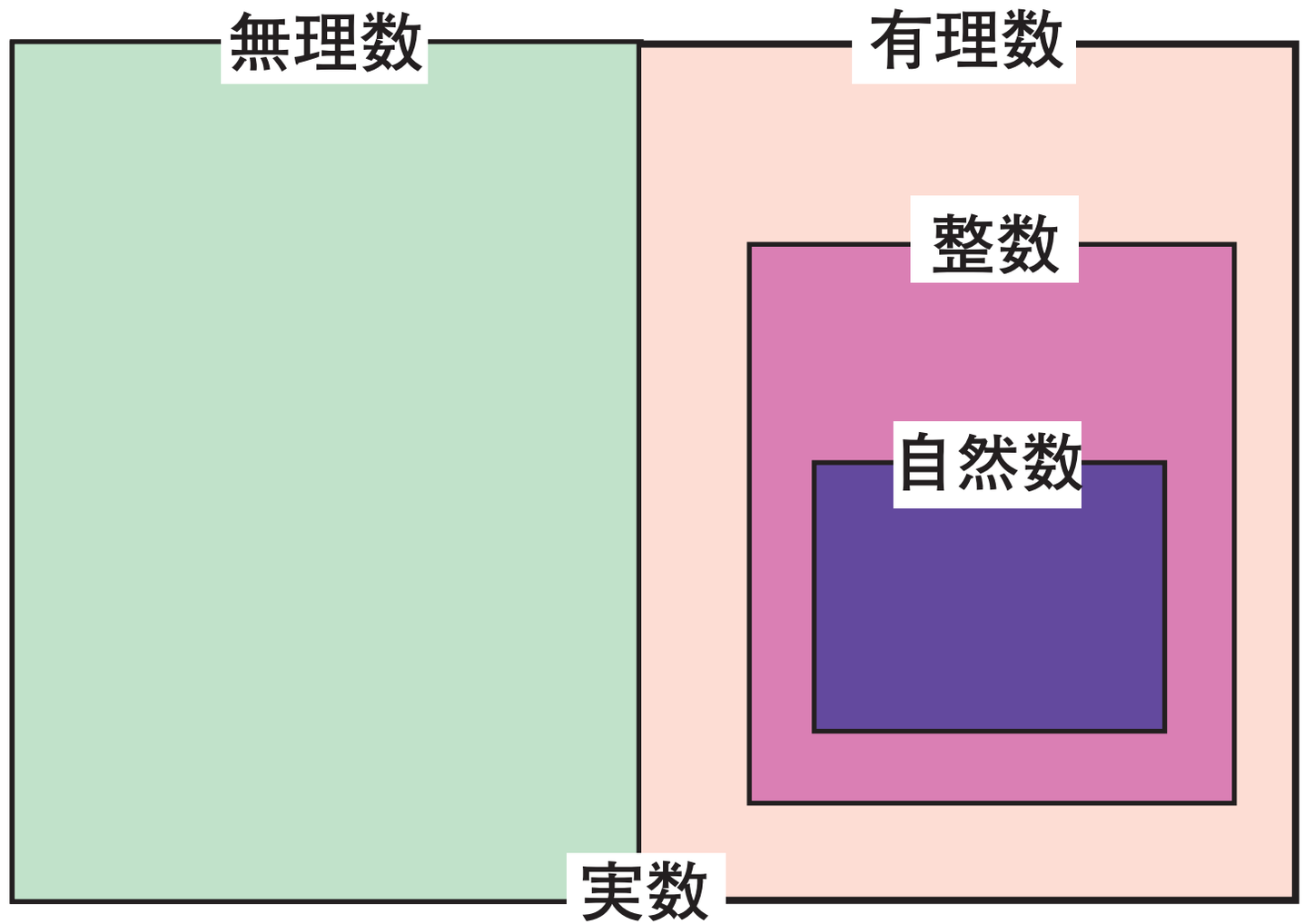
- 前者は自明
- 後者は背理法による証明がある.

実数: 整数, 有限小数, 無限小数(循環小数, 無理数)をあわせて

実数 (real numeber) という.

数の分類

- 実数
  - 有理数 ・・・
    - 整数
    - 有限小数
    - 循環小数
  - 無理数 ・・・ 循環しない無限小数

無限小数

数の集合の関係